UFRJ / Escola Politécnica / DEL – Primeiro Semestre de 2007
EEL-760 – Controle Linear II
Projeto Prático #2 – 25 de Maio de 2007
Data da Entrega: 22 de Junho de 2007

Objetivo: É dada uma planta contínua $G(s)$. Projetar um sistema de controle digital (compensador) pelo método aproximado, a partir de um compensador $D(s)$ projetado por realimentação dos estados da planta. Em seguida, projetar um compensador pelo método exato, a partir da realimentação dos estados da planta discretizada. Comparar os resultados dos dois projetos.

1. **Em tempo contínuo:**

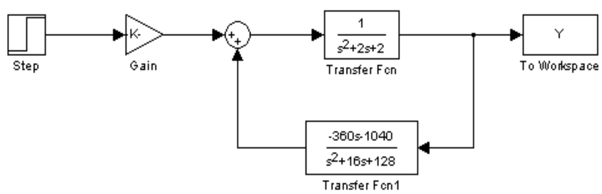
   a) A planta é $G(s) = 1/(s^2 + 2s + 2)$. Escolha uma representação no espaço de estados: $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ e J. Calcule os vetores $\mathbf{K}$ (lei de controle) e $\mathbf{L}$ (estimador de ordem completa) de forma que o sistema em malha fechada tenha seus pólos em s_1, $s_2 = -3 \pm 3j$ (controle) e s_3, $s_4 = -6 \pm 6j$ (erro de estimação).

   b) Calcule, por simulação, a resposta do sistema em malha fechada a um degrau unitário aplicado em $t = 5$. Use o valor apropriado de $\bar{N}$ para que o ganho DC seja unitário.

   Dica #1: podem ser usadas as equações do item (2b) do Projeto #1, e a função `lsim.m` do MATLAB.

   Dica #2: a função de transferência $D(s)$ pode ser calculada por `[nD,dD] = ss2tf(F-G*K-L*H,L,-K,0)`.

   c) Verifique o resultado do item (1b) através da simulação do diagrama de blocos abaixo, no SIMULINK:



   Plote a resposta ao degrau deste sistema sobre a curva obtida no item (1b).

   Dica #3: digite `simulink` no *command prompt* do MATLAB. Todos os blocos necessários podem ser encontrados nos menus *Continuous*, *Math Operations*, *Sinks* e *Sources*.

2. **Projeto digital aproximado:**

   a) Assumindo um período de amostragem $T = 0.01$, calcule a aproximação do compensador $D(s)$ pelo método da discretização no espaço de estados.

   Dica #4: a função `c2d.m` pode ser usada: `[PhiD,GammaD] = c2d(F-G*K-L*H,L,T)`. Explique de onde vêm os argumentos usados aqui para a função `c2d.m`.

   b) Simulação: calcule a resposta ao degrau do sistema em malha fechada utilizando o compensador do item (2a). Para isso, obtenha as matrizes Φ e Γ da planta pelo mesmo método do item (2a). Note que o sistema em malha fechada envolvendo a planta e o compensador discretizados pode ser representado pelas equações de estado:

$$
\begin{cases}
\mathbf{x}(k+1) = \Phi\mathbf{x}(k) + \Gamma(-\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(k) + \bar{N}r(k)) \\
\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \Phi_D\hat{\mathbf{x}}(k) + \Gamma_D(\mathbf{H}\mathbf{x}(k)) \\
\\
y(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) \end{bmatrix}
\end{cases}
$$

   Dica #5: obtenha as matrizes Φ_{CD}, Γ_{CD}, $\mathbf{H}_{CD}$ e J_{CD} que representam as equações discretas acima, e utilize o comando `dlsim.m` do MATLAB.

   c) Verificação no SIMULINK: usando o menu *Discrete* do SIMULINK, substitua $D(s)$ por $D(z)$ e insira um ZOH imediatamente antes da entrada da planta $G(s)$. Plote a resposta ao degrau deste sistema sobre a curva obtida no item (2b).

Dica #6: Não esqueça de incluir o período de amostragem nos seguintes blocos: entrada (*Step*), ZOH e $D(z)$.

Dica #7: Entre outras opções, a função de transferência $D(z)$ pode ser calculada por `[nDD,dDD] = ss2tf(PhiD,GammaD,-K,0)`. Explique de onde vêm estes argumentos.

d) Repita os itens (2a), (2b) e (2c) para $T = 0.1$. O que acontece com a resposta ao degrau ?

3. **Projeto digital exato:**

a) Assumindo um período de amostragem $T = 0.01$, calcule a posição dos pólos z_1, z_2 (controle) e z_3, z_4 (erro de estimação) através do mapeamento $z = e^{sT}$ aplicado aos pólos s_1, s_2 (controle) e s_3, s_4. A partir das matrizes Φ, Γ e $\mathbf{H}$ da planta discretizada, calcule os vetores $\mathbf{K}$ e $\mathbf{L}$ (use um estimador de predição) que posicionam corretamente os pólos do sistema discreto em malha fechada.

b) Simulação: plote a resposta ao degrau do sistema em malha fechada utilizando o compensador do item (3a). Note que o sistema em malha fechada envolvendo a planta e o compensador pode ser representado pelas equações de estado a seguir:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \Phi\mathbf{x}(k) + \Gamma(-\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(k) + \bar{N}r(k)) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\Phi - LH - \Gamma K)\hat{\mathbf{x}}(k) + (\mathbf{LHx}(k)) \\ \\ y(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Dica #8: obtenha as matrizes Φ_{CE}, Γ_{CE}, $\mathbf{H}_{CE}$ e J_{CE} que representam as equações discretas exatas acima, e utilize o comando `dlsim.m` do MATLAB.

Dica #9: uma das formas de calcular $\bar{N}$ é através do teorema do valor final, aplicado no domínio z sobre a função de transferência em malha fechada. As funções de transferência $G(z)$ e $D(z)$ podem ser calculadas pelos comandos `ss2tf(Phi,Gamma,H,J)` e `ss2tf(Phi-L*H-Gamma*K,L,-K,0)`. Explique de onde vêm os argumentos.

c) Verificação no SIMULINK: substitua o $D(z)$ aproximado (do item (2a)) pelo $D(z)$ exato que foi projetado no item (3a). A dica #9 mostra como calcular $D(z)$ a partir das matrizes Φ, Γ, $\mathbf{H}$, $\mathbf{K}$ e $\mathbf{L}$. Plote a resposta ao degrau deste sistema sobre a curva obtida no item (3b).

d) Repita os itens (3a), (3b) e (3c) para $T = 0.1$. O que acontece com a resposta ao degrau ?

4. **Conclusões:**

a) Comparar os resultados dos itens 1, 2 e 3: em um mesmo gráfico, plote as respostas ao degrau obtidas nos itens (1b), (2b) e (3b) para $T = 0.01$. Compare as respostas ao degrau em termos de tempo de subida, *overshoot*, etc. Faça o mesmo para os resultados obtidos com $T = 0.1$. O que acontece com o projeto aproximado quando T aumenta ? E com o projeto exato ?

b) Empiricamente (usando o código dos itens (2b) e (3b) para valores diferentes de T – note que para cada T os coeficientes do compensador devem ser recalculados, e também $\bar{N}$), encontre os valores máximos de T para os quais o projeto aproximado e o projeto exato ainda são estáveis (ou seja, para os quais a resposta ao degrau ainda converge para 1.0).

c) Para $T = 0.01$, compare os sinais de controle $u(t)$ que entram na planta nos itens (2c) e (3c). Faça o mesmo para $T = 0.1$. Os esforços de controle são iguais ?