UFRJ / Escola Politécnica / DEL – Primeiro Semestre de 2005
EEL-760 – Controle Linear II
Prova Parcial #1 – 02 de Maio de 2005

Tempo de prova: 2h30min.

1. Considere o sistema representado pelas equações de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 6 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u$$

   a) Calcule a resposta $y(t)$ ao degrau unitário, com condições iniciais nulas.
   b) Calcule a resposta $y(t)$ à entrada zero, com condições iniciais $\mathbf{x}(0) = [1\ 1]^T$.
   c) Calcule os zeros da função de transferência deste sistema.

2. Uma planta é especificada pela função de transferência $G(s) = 1/(s^2 + 5s + 4)$.

   a) Calcule o ganho $\mathbf{K}$ para realimentação de estados, de forma que a resposta ao degrau do sistema em malha fechada tenha *overshoot* $M_P \leq 5\%$ e tempo de estabelecimento $t_s \leq 0.46$ segundo.
   b) Escreva as equações de estado do sistema em malha fechada, incluindo a entrada de referência $r(t)$ de forma que o ganho DC seja unitário.

3. Considere o sistema representado pelas equações de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

   a) Calcule $\mathbf{L}$ para um estimador de ordem completa (dos estados x_1 e x_2), com pólos do erro de estimação em $s = -5$ e $s = -10$.
   b) Calcule $\mathbf{L}$ para um estimador de ordem reduzida (do estado x_2), de forma que o pólo do erro de estimação esteja em $s = -5$.

4. Considere o sistema representado pelas equações de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

   a) Calcule $\mathbf{K}$ para que a realimentação de estado coloque ambos os pólos do sistema em malha fechada em $s = -2$.
   b) Projete um estimador de ordem reduzida de forma que o pólo do erro de estimação esteja em $s = -4$.
   c) Escreva as equações de estado do compensador, e a sua função de transferência.
   d) Calcule a função de transferência da planta.
   e) Calcule a função de transferência do sistema em malha fechada. Verifique o posicionamento correto dos pólos do sistema em malha fechada.

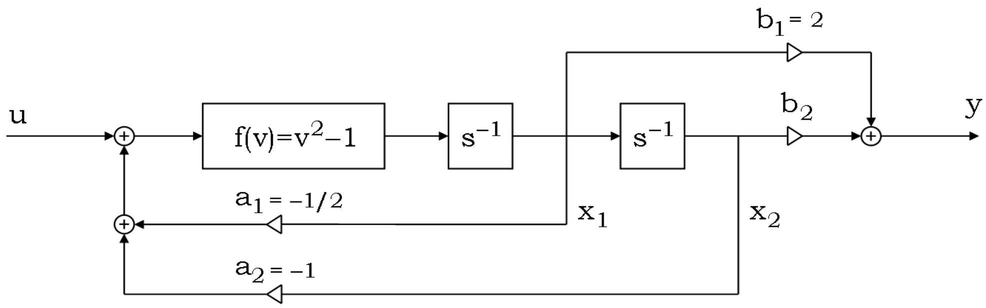
5. Para a planta $G(s) = 1/(s+1)$:

   a) Projete um sistema de controle integral com pólos em $s = -2 \pm 2j$, assumindo uma perturbação $w(t)$ aplicada à entrada da planta com $G_1 = 1$.

   b) Desenhe o diagrama de blocos incluindo a entrada de referência $r(t)$ e a perturbação $w(t)$ na entrada da planta.

   c) Calcule $Y(s)/W(s)$ e $Y(s)/R(s)$.

6. Considere o sistema indicado na figura abaixo (a entrada do bloco não-linear é $v = u - 0.5x_1 - x_2$):

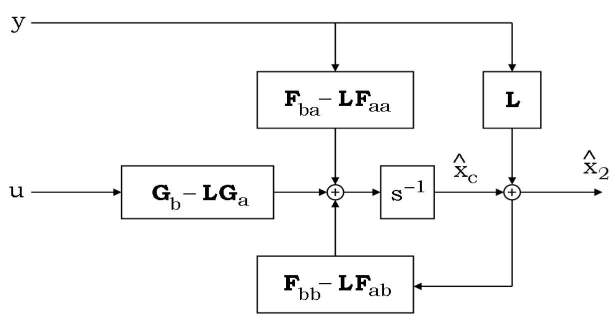


   a) Encontre a representação de estados deste sistema, linearizado sobre o ponto de equilíbrio em que $u = u_0 = 1$ e $x_2 = x_{20} > 0$.

   b) Para o sistema linearizado do item (a):

      - O sistema é estável ?
      - O sistema é controlável ?
      - Calcule b_2 para que o sistema seja observável.

7. (Questão opcional) O objetivo desta questão é usar o diagrama de blocos a seguir para implementar um estimador de ordem reduzida autônomo:



   a) Desenhe o diagrama de blocos completo (a nível de integradores) para a planta e o compensador da Questão 4, de forma que o estimador seja autônomo.

   b) Escreva as equações de estado para x_1, x_2 e $\hat{x}_2$ com $\bar{N} = 1$.

   c) Calcule a função de tranferência $Y(s)/R(s)$ e verifique o cancelamento do pólo do estimador.

Boa sorte !

Lista de Equações

$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}u$
$y = \mathbf{H}\mathbf{x}$ + Ju

$Y(s) = \mathbf{H}(s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{G}U(s) + \mathbf{H}(s\mathbf{I} - \mathbf{F})\mathbf{x}(0) + JU(s)$

Corrigir: H(sI-F)^(-1)

$$G(s) = \frac{\begin{vmatrix} s\mathbf{I} - \mathbf{F} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{H} & J \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s\mathbf{I} - \mathbf{F} \end{vmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{G} \\ \mathbf{H} & J \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\bar{N} = N_u + \mathbf{K}N_x$

$\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$; $\mathbf{z} = \mathbf{P}\mathbf{x}$
$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{F}_z\mathbf{z} + \mathbf{G}_z u$
$y = \mathbf{H}_z\mathbf{z} + J_z u$

$\mathbf{F}_z = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{T}$; $\mathbf{G}_z = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{G}$; $\mathbf{H}_z = \mathbf{H}\mathbf{T}$; $J_z = J$

$\alpha_c(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{F} + \mathbf{G}\mathbf{K})$
$\alpha_e(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{F} + \mathbf{L}\mathbf{H})$
$\alpha_e(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{F}_{bb} + \mathbf{L}\mathbf{F}_{ab})$

$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{F}\mathbf{G} \end{bmatrix}$

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H}\mathbf{F} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \mathcal{C}^{-1}\alpha_c(\mathbf{F})$

$$\mathbf{L} = \alpha_e(\mathbf{F})\mathcal{O}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$t_r = 1.8/\omega_n$; $t_s = 4.6/\sigma$; $\alpha_c(s) = (s + \sigma + j\omega_d)(s + \sigma - j\omega_d)$

M_P	5%	16%	25%	35%
ζ	0.7	0.5	0.4	0.3

$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2}$; $\zeta = \sigma/\omega_n = \sin\theta$; $\theta = \arctan(\sigma/\omega_d)$

$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{F}_r\mathbf{x}_c + \mathbf{G}_r y$
$u = \mathbf{H}_r\mathbf{x}_c + J_r y$

$\mathbf{F}_r = \mathbf{F}_{bb} - \mathbf{L}\mathbf{F}_{ab} - (\mathbf{G}_b - \mathbf{L}\mathbf{G}_a)\mathbf{K}_b$
$\mathbf{G}_r = \mathbf{F}_r\mathbf{L} + \mathbf{F}_{ba} - \mathbf{L}\mathbf{F}_{aa} - (\mathbf{G}_b - \mathbf{L}\mathbf{G}_a)K_a$
$\mathbf{H}_r = -\mathbf{K}_b$
$J_r = -K_a - \mathbf{K}_b\mathbf{L}$

$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{G}u + \mathbf{L}(y - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{M}r$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{H} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} w$$