UFRJ / COPPE / PEE
CPE-723 – Otimização Natural (Parte II - *Simulated Annealing*)
Lista de Exercícios #1

1. Calcular $\int_0^1 xe^{-x}dx$ de três formas diferentes:
   a) Usando integração por partes;
   b) Pelo método de Monte Carlo, usando 10 números escolhidos aleatoriamente com densidade uniforme entre 0 e 1;
   c) Pelo método de Monte Carlo, usando 10 números com densidade exponencial (note que as amostras geradas a partir da p.d.f. exponencial devem ser limitadas ao intervalo $[0, 1]$).

2. Usando $N = 20$ números aleatórios, escolhidos a partir de uma p.d.f. uniforme entre -1 e $+1$, calcular uma aproximação para o número π pelo método de Monte Carlo. Faça o mesmo no computador, utilizando um valor alto para N (por exemplo, 1.000.000). Comente o resultado obtido.

3. Escrever um algoritmo para gerar números $x(n)$ com energia $J(x) = x^2$, de forma que as probabilidades dos números gerados sejam proporcionais aos fatores de Boltzmann $\exp(-J(x)/T)$, com temperatura $T = 0.1$. Começando de um valor $x(0)$ qualquer, aplique sempre perturbações ϵR ao valor $x(n)$ atual. Neste caso, R é uma variável aleatória uniforme. Considere $\epsilon = 0.1$:
   a) Execute o algoritmo proposto no computador, calculando $x(n)$ até $n = 100.000$.
   b) Execute manualmente (cálculos no papel) os 10 primeiros passos do algoritmo (ou seja, até $n = 10$).

4. Escrever um programa de S.A. (pode ser pseudo-código) para minimizar a função escalar $J(x) = -x + 100(x - 0.2)^2(x - 0.8)^2$. Começando de $x(0) = 0$ e utilizando geradores de números aleatórios (um uniforme e outro Gaussiano), calcule manualmente os 10 primeiros valores de $x(n)$ gerados pelo S.A.

5. Proponha uma função de até 4 variáveis cujo ponto mínimo você conheça, e encontre este ponto mínimo utilizando S.A. (neste exercício, basta entregar o código escrito).