11 TEORIA DE ALGORITMOS GENÉTICOS (CAP. 11)

TEOREMA DO "SCHEMA" DE HOLLAND

ESQUEMA (SCHEMA) —— HIPERPLANO NO ESPAÇO DE BUSCA

REPRESENTAÇÃO: 0, 1 OU #

EXEMPLO: 11###, #1#01

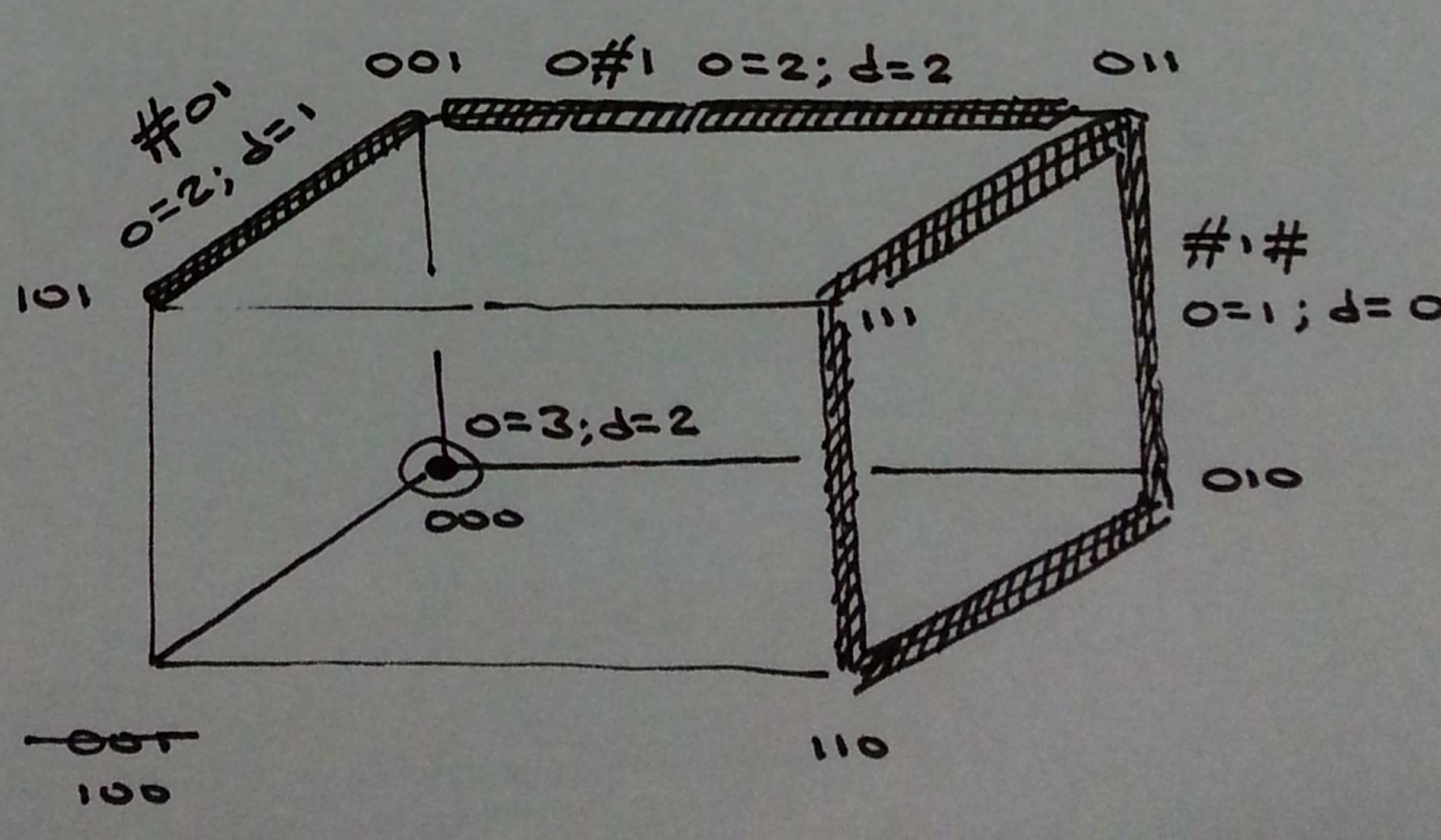
INSTÂNCIAS: 11### → 11000, 11001, ⋮, 11111

ORDEM (ORDER):

H	o(H)	d(H)
1##0#1#0	4	7
#1#1#1#0	4	6
0001##1##0#	6	9
##1##0##	2	3

E COMPRIMENTO DE DEFINIÇÃO (DEFINING LENGTH)

ALGUNS EXEMPLOS



— OPERADORES, DO PONTO DE VISTA DOS "ESQUEMAS" (SCHEMATA):

- OPERADORES DE SELEÇÃO — PODEM ALTERAR AS PROPORÇÕES DE EXEMPLOS PRÉ-EXISTENTES.

- OPERADORES DE VARIAÇÃO (MUTAÇÃO E RECOMBINAÇÃO) — PODEM CRIAR NOVOS EXEMPLOS E DESTRUIR EXEMPLOS PRÉ-EXISTENTES.

(INSTÂNCIA)

- PROBABILIDADE DE QUE UM OPERADOR "X" SOBRE UM EXEMPLO DO ESQUEMA H LEVE À SUA DESTRUIÇÃO: $P_d(H, x)$.

- PROBABILIDADE DE QUE UMA SEQUÊNCIA CONTENDO UM EXEMPLO DO ESQUEMA H SEJA SELECIONADA: $P_s(H)$.

— CONSIDERE UM ALGORITMO GENÉTICO SIMPLES (SGA):

- SELEÇÃO DE PAIS — BASEADA EM APTIDÃO
- MUTAÇÃO — UM BIT POR VEZ, PROBABILIDADE p_m
- RECOMBINAÇÃO — UM PONTO, PROBABILIDADE p_c ("1X")
- SELEÇÃO DE SOBREVIVENTES — TODA A POPULAÇÃO É SUBSTITUÍDA PELA PROLE ("GERACIONAL")

- COMPRIMENTO DO GENÓTIPO: ℓ
- PROBABILIDADE DE (QUE POSSA) HAVER DESTRUIÇÃO NA RECOMBINAÇÃO:

$$P_d(H, 1X) = \frac{d(H)}{\ell - 1}$$ EX.: $\ell = 9$, $d(H) = 4$

· PROBABILIDADE DE HAVER DESTRUIÇÃO NA MUTAÇÃO:

$$P_d(H, \text{mutação}) = 1 - (1 - p_m)^{o(H)} \simeq o(H) \cdot p_m$$

EX.: $p_m = 10^{-3}$; $o(H) = 4$

OBS.: $(1-x)^n \simeq 1 - nx$ (EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR)

· APTIDÃO "MÉDIA" DO ESQUEMA: $f(H)$ "NA POPULAÇÃO"

EX.: $f(1\#\#) = \frac{1}{4}(f(100) + f(101) + f(110) + f(111))$

· APTIDÃO MÉDIA DA POPULAÇÃO: $\bar{f}$ (NO LIVRO: $\langle f \rangle$)

· NÚMERO DE INSTÂNCIAS DO ESQUEMA H NA GERAÇÃO t : $n(H,t)$ (NO INÍCIO DA)

· PROBABILIDADE DE SELEÇÃO DO ESQUEMA H : DE INSTÂNCIA

$$\frac{\text{APTIDÃO TOTAL DO ESQUEMA H NA } \cancel{\text{POPULAÇÃO}} \text{ GERAÇÃO } t}{\text{APTIDÃO TOTAL DA GERAÇÃO } t} = \frac{n(H,t) \cdot \cancel{\bar{f}}\, f(H)}{\mu \bar{f}}$$

$$P_s(H,t) = \frac{n(H,t) f(H)}{\mu \bar{f}}$$

· REPETINDO O SORTEIO μ VEZES (SELEÇÃO DE PAIS):

$$\# \quad n'(H,t) = \mu P_s(H,t) = \frac{n(H,t) f(H)}{\bar{f}}$$

→ NÚMERO DE INSTÂNCIAS DE H APÓS A SELEÇÃO DOS PAIS

· PROPORÇÃO DO NÚMERO DE INSTÂNCIAS DO ESQUEMA H EM RELAÇÃO À POPULAÇÃO INTEIRA:

NA GERAÇÃO ATUAL $\longrightarrow$ $m(H,t) = \dfrac{n(H,t)}{\mu}$

NA GERAÇÃO SEGUINTE $\longrightarrow$ $m(H,t+1) = \dfrac{n(H,t+1)}{\mu}$

$$n(H,t+1) \longleftarrow \underbrace{\frac{n(H,t)\,f(H)}{\bar{f}}}_{\text{PAIS}} \underbrace{\left(1 - p_c \frac{d(H)}{\ell-1}\right)}_{\text{MANTIDAS APÓS CROSS-OVER}} \underbrace{\left(1 - p_m o(H)\right)}_{\text{MANTIDAS APÓS MUTAÇÃO}}$$

$$m(H,t+1) \longleftarrow m(H,t)\,\frac{f(H)}{\bar{f}} \left(1 - p_c \frac{d(H)}{\ell-1}\right) \left(1 - p_m o(H)\right)$$

· PARA OS ESQUEMAS COM APTIDÃO "ACIMA DA MÉDIA" (*), A PROPORÇÃO DE INSTÂNCIAS AUMENTA A CADA GERAÇÃO:

$$\frac{f(H)}{\bar{f}} \left(1 - \frac{p_c d(H)}{\ell-1}\right) \left(1 - p_m o(H)\right) > 1 \implies \frac{m(H,t+1)}{m(H,t)} > 1$$

(*) ACIMA DA MÉDIA, NESTE SENTIDO

TEOREMA DO "SCHEMA" DE HOLLAND.

OBSERVAÇÕES:

1. COMPLEXIDADE DOS EAS REAIS
2. ANÁLISE BASEADA EM CADEIAS DE MARKOV
3. TEOREMA NFL (WOLPERT AND MACREADY) (NO FREE LUNCH)